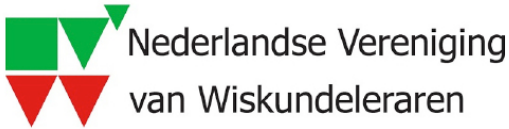


Leidse

Wiskundewandeling

Morspoort in Leiden





Nederlandse Vereniging
van Wiskundeleraren

Colofon

© Januari 2023

Francien Bossema, Suzanne Kappetein, Charlotte Zwetsloot
Studieproject Master Science Communication and Society, Universiteit Leiden
Begeleiders: Drs. P.M.G.M. Kop, Prof.dr.ir. I. Smeets
infoscs@biology.leidenuniv.nl

Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd en/of openbaar gemaakt door middel van druk, fotokopie, microfilm of op welke andere wijze ook zonder voorafgaande toestemming van een van de auteurs.

Deze wiskundewandeling is met de grootst mogelijke zorgvuldigheid samengesteld. Voor onjuistheden en onvolledigheden met betrekking tot de inhoud van de wiskundewandeling kunnen de auteurs echter op geen enkele wijze verantwoordelijk of aansprakelijk worden gesteld.

Referenties (Bezocht op 15-01-2023)

Loterij: <http://www.fransmensonides.nl/janvanhout1.htm>

Burcht: <http://www.leiden-toerisme.nl/zien-doen-beleven/bezienswaardigheden/burcht/>

Snellius: [https://nl.wikipedia.org/wiki/Ibn_Sahl_\(wiskundige\)](https://nl.wikipedia.org/wiki/Ibn_Sahl_(wiskundige))

Buskruitramp: <http://www.leidenuniv.nl/nieuwsarchieff2/1370.html>

Pieterskerk: <http://www.pieterskerk.com/nl/>

Kanon: http://wm.math4allview.appspot.com/MathUnited/view?comp=lj3-v-h29&subcomp=lj3-v-h29-09&variant=basis_wm



Inleiding

Hoi!

Leuk dat je de wiskundewandeling door Leiden gaat doen. Het is een wandeling langs mooie en bijzondere plekken in de stad, waarbij je wiskunde die in de stad verborgen zit gaat ontdekken. Er zijn allerlei verschillende vragen en puzzels. We hopen dat je het leuk vindt!

Wat heb je nodig:

- een rekenmachine (of een telefoon met een rekenmachine erop)
- een liniaal of geodriehoek (als je die niet bij je hebt, zit er een geprinte versie achterin het boekje)
- potlood of pen om de antwoorden mee op te schrijven

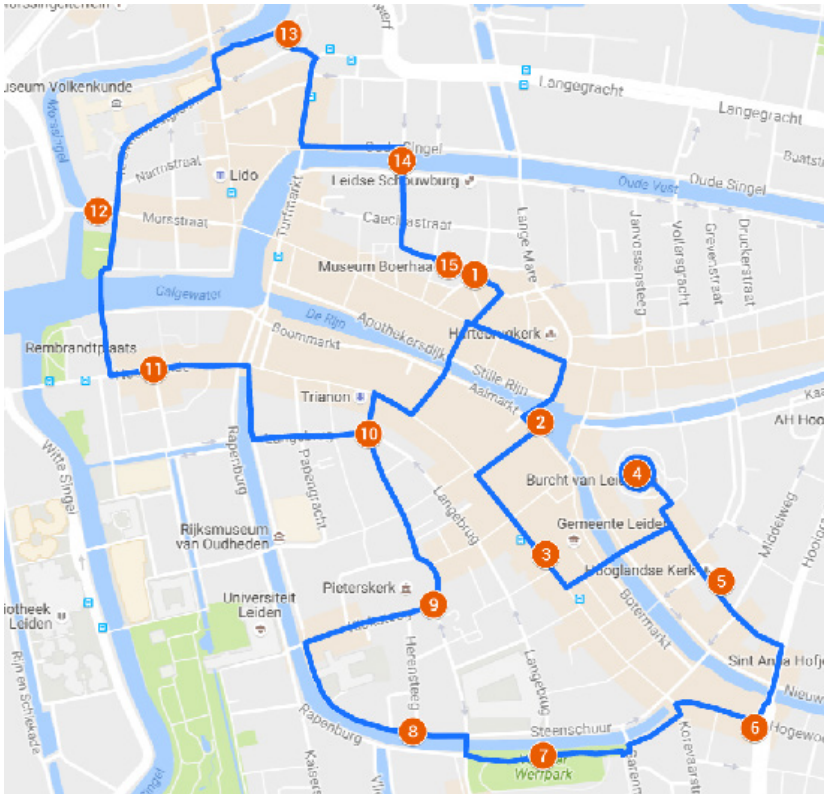
De route start en eindigt bij Rijksmuseum Boerhaave (Lange Sint Agnietenstraat 10). De standaardroute (vraag 1-10) duurt anderhalf tot twee uur en de uitgebreide route (vraag 1-14) ongeveer drie kwartier extra. Aan het einde is er voor beide routes de bonusvraag, een leuke puzzel over de bruggen van Leiden. Aan het einde van het boekje zijn er pagina's wit gelaten voor notities en berekeningen.

Veel plezier!



Route

De route start en eindigt bij Rijksmuseum Boerhaave (Lange Sint Agnietenstraat 10). De standaardroute (vraag 1-10) duurt anderhalf tot twee uur en de uitgebreide route (vraag 1-14) ongeveer drie kwartier extra. Vraag 15 is de bonusvraag.



Start wandeling

Vraag 1 maak je bij de ingang van Rijksmuseum Boerhaave.



Vraag 1.

De loterij

In 1596 waren gokspelletjes verboden maar loterijen voor een liefdadig doel mochten wel. De kerken in Leiden spoorden mensen aan om loten te kopen en de Leidenaren deden dat massaal. De kerken verkochten in totaal 281.232 loten. Een lot was 30 cent en er waren 731 prijzen. De hoofdprijs bedroeg 1.500 gulden; zes keer het jaarsalaris van een arbeider in die tijd. Na het uitdelen van de prijzen was er 52.455 gulden over. Met dit geld verbouwden de kerken het st. Caeciliaklooster. Het klooster waarin het Rijksmuseum Boerhaave zich sinds 1991 bevindt.

A. Hoe groot is de kans dat je een prijs wint als je 1 lot hebt?

B. De kans op de hoofdprijs is $1/281232$. Hoeveel dobbelstenen heb je nodig zodat de kans dat je met al deze dobbelstenen zes gooit gelijk is aan de kans op de hoofdprijs?

- a. 7 dobbelstenen
- b. 14 dobbelstenen
- c. 20 dobbelstenen

C. Welk percentage van de verkoop was prijzengeld?

Route naar vraag 2

Als je met je rug naar de ingang van Rijksmuseum Boerhaave staat, ga linksaf. Loop over het Vrouwenkerkhof, vervolg de weg met de bocht mee naar links de Vrouwenkerkkoorstraat in. Sla rechtsaf en loop de Lange Mare op. Loop langs de kerk en ga rechtdoor op het kruispunt. Je komt nu bij de Catharinabrug. Ga de brug op en maak op de brug vraag 2.



Vraag 2.

De Waag

Als je op de Catharinabrug naar linksvoren kijkt, zie je de Waag. De Waag was de plek waar de goederen van handelaren uit andere steden werden gewogen en gecontroleerd. De handelaren moesten voor elke weging waaggeld betalen. Een balans met twee weegschalen woog deze goederen, zoals op de afbeelding. Je ziet de balans ook afgebeeld op het reliëf op het gebouw. Je kunt bij een balans alleen zien of de ene kant zwaarder beladen is dan de andere kant of dat ze even zwaar beladen zijn. Het geeft geen getal aan voor het gewicht van de goederen.

Stel, je hebt negen ballen die allemaal dezelfde kleur, vorm en grootte hebben, maar één bal is zwaarder dan de rest. Hoeveel keer moet je wegen om uit te vinden welke bal zwaarder is? Probeer hierbij een manier te vinden waarbij je zo min mogelijk waaggeld hoeft te betalen.



Route naar vraag 3

Ga over de brug links en meteen rechts langs de Waag de Mandenmakerssteeg in. De steeg komt uit op de Breestraat. Ga links richting het stadhuis. Voordat je bij de trap van het stadhuis bent, zie je links van de houten deur een ijzeren staaf hangen.



Vraag 3.

De Rijnlandse voet

De ijzeren staaf is een ‘voet’, een ouderwetse lengtemaat. Willebrord Snel van Royen (Snellius), een Leidse wiskundige, bepaalde in 1615 de aardomtrek in deze eenheid.



A. De omtrek van de aarde is 40000 km. Hoeveel voet is dat?

B. Als je een stap zet, hoeveel voet heb je dan afgelegd?

C. Hoeveel stappen moet je zetten om een rondje om de aarde te lopen?

Meer over... de voet

De ‘voet’ die hier aan het stadhuis hangt, is een lengtemaat die vroeger werd gebruikt. Twaalf voeten vormden een roede. Als je goed kijkt zie je horizontaal onder de ijzeren staaf streepjes op de muur. Dat zijn twaalf voeten en het geheel is dus een roede. Nederland gebruikte deze lengtematen officieel vanaf 1808. Na acht jaar voerde Nederland de meter in zoals we die nog steeds kennen.

Route naar vraag 4

Loop verder langs het stadhuis en ga linksaf de Koornbrugsteeg in. Ga rechtdoor over de brug, de Burgsteeg in. Aan het eind van de straat ga je linksaf onder de poort door. Loop tussen de pilaren door de trap op naar de Burcht.



Vraag 4.

De burcht

De burcht had als voornaamste doel Leidenaren bescherming te bieden in tijden van oorlog. De burcht is gebouwd in de 11de eeuw en is een van de oudste burchten van Nederland.

A. Schat de hoogte van de muren en de diameter van de burcht, wat is de inhoud van de burcht?

B. Een kanonskogel heeft een diameter van 15 centimeter. De inhoud van een bol kan je berekenen met de volgende formule: $\frac{4}{3} \pi r^3$. Stel, je wilt de burcht gebruiken om kanonskogels in op te slaan tot vlak onder de kantelen, hoeveel kun je er dan kwijt?

- a. 26000 kanonskogels
- b. 260000 kanonskogels
- c. 2600000 kanonskogels
- d. 26000000 kanonskogels

Meer over.... de burcht

Gravin Ada van Holland heeft bij de burcht een belangrijke strijd uitgevochten met haar oom. Ada's vader, Graaf Dirk VII, stierf in 1203 en liet zijn dochter Ada zijn positie achter. Haar oom Willem I van Holland was het daar niet mee eens en wilde zelf graaf worden. Ada zocht bescherming in de burcht. Er volgde een hevige strijd tussen het leger van Ada en het leger van haar oom. Uiteindelijk gaf Ada zich over, vanwege het gebrek aan voedsel.

Route naar vraag 5

Loop weer naar beneden en ga rechts de straat in waar je vandaan kwam. Ga weer onder de poort door, rechtdoor de Nieuwstraat in. Op het pleintje aan je linkerhand, voor de Hooglandse kerk, maak je vraag 5.



Vraag 5.

Het wapen van Leiden

In het wapen van Leiden, dat je op de driehoek boven de deur ziet, zijn drie kleuren gebruikt: wit, rood en goud. De makers hadden er ook voor kunnen kiezen om de sleutels goud te maken, de kroon wit en de achtergrond rood.

A. Hoeveel verschillende combinaties kun je maken als je drie kleuren hebt en de sleutels, de achtergrond en het kroontje elk een eigen kleur wilt geven?



B. Hoeveel manieren zijn er als je 4 kleuren hebt en de sleutels dan ieder een eigen kleur geeft?

C. Bedenk hoe dat verder gaat. Hoeveel mogelijkheden heb je bijvoorbeeld als je 80 verschillende kleuren en 80 verschillende plekken hebt?

Meer over... het wapen van Leiden

“Sleutelstad” is een bijnaam van Leiden. De bijnaam is te herleiden tot Sint-Pieter (Petrus), de beschermheilige van de stad. Petrus had altijd twee sleutels bij zich, de sleutels van de hemel. Het stadswapen en de vlag van Leiden vertonen daarom twee gekruiste sleutels.

Route naar vraag 6

Loop verder over de Nieuwstraat en ga aan het eind van de straat rechtsaf de Hooigracht op. Loop verder over de brug de Watersteeg op. Steek het fietspad over. Let op, het is hier vaak druk. Op de hoek aan de rechterkant vind je de muurformule.



Vraag 6.

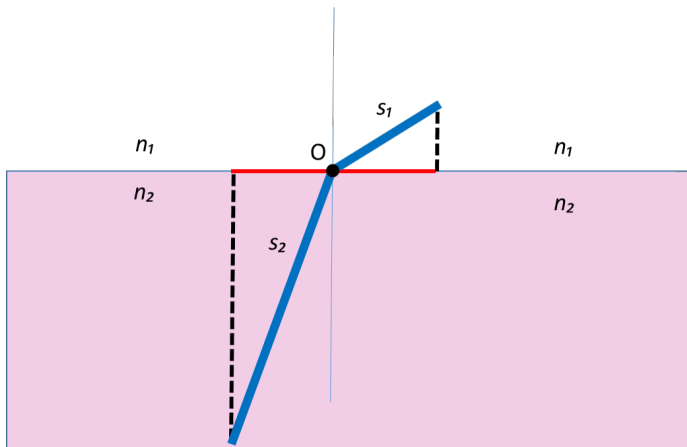
De wet van Snellius

De formule op de muur is de wet van Snellius. Met de formule kan de breking van het licht van het ene materiaal naar het andere materiaal worden bepaald. Het witte vlak stelt lucht voor. We gaan nu met een stappenplan het materiaal van het roze vlak berekenen.



Stappenplan

1. Je kunt als volgt berekenen wat het materiaal is dat het roze vlak op de muur voorstelt: Neem twee even lange stukken op de horizontale as vanuit punt O (de rode lijnen) en trek een verticale stippellijn naar s_1 en s_2 , zoals in de tekening aangegeven. Meet de lengte van de lichtstraal in lucht en in het andere materiaal (s_1 en s_2) op de tekening.
2. De verhouding van de zogeheten brekingsindices (aangegeven met n , zie tabel) van de materialen is gelijk aan de verhoudingen tussen s_1 en s_2 . Dus: $n_1/n_2 = s_1/s_2$. Bereken n_2 door s_1 en s_2 te meten en in de formule te stoppen.
3. Welk materiaal is het roze vlak? Gebruik de tabel op de volgende pagina.





Materiaal	n
lucht	1,00
water	1,33
glas	1,50
diamant	2,42

Meer over.... de wet van Snellius

De wet van Snellius is vernoemd naar de Leidse wiskundige Snellius, al heeft de Arabische wiskundige Ibn Sahl de wet waarschijnlijk eerder al ontdekt.

Het is een natuurkundige formule over de breking van het licht. Als je kijkt naar je eigen hand onder water, bijvoorbeeld in het zwembad, dan lijkt die op een andere plek te zijn dan waar jij weet dat je hand hoort te zijn. Dat komt doordat licht als het van het ene materiaal (water) naar het andere (lucht) reist, een beetje van richting verandert.

Route naar vraag 7

Ga een klein stukje terug de straat van het drukke fietspad in, de Hogewoerd. Aan het einde van de Hogewoerd sla je linksaf, de Steenshuur in. Houd de gracht aan je rechterhand. Ga rechtdoor het Van der Werfpark in. Als je langs het beeld bent gelopen, hangt er aan de overkant van het water een herdenkingsplaat aan de kade. De volgende vraag gaat over de kruitramp waarvoor de plaat een monument is.



Vraag 7.

De buskruitramp

Op 12 januari 1807 ontplofte er op deze plaats een kruitschip met 17760 kg buskruit aan boord. Koning Lodewijk Napoleon heeft de knal gehoord in Den Haag. De snelheid van geluid is 340 meter per seconden. Hoeveel later was de knal in Den Haag te horen?



Toe aan een pauze?

In het Van der Werfpark kan je even pauze nemen, aan het einde zit ook het Kamerlingh Parktuin & Cafe. Meer horecagelegenheden en winkels vind je aan het einde van het park links de Doezastraat in.

Route naar vraag 8

Loop het park uit en ga rechts de brug over. Ga gelijk links, met het water aan je linkerhand. Loop over Rapenburg naar het oranje huis (zie foto).



Vraag 8.

Het oranje huis

Stel we willen dit oranje huis verven. We verven beide muren die aan de straatkant staan. Je kan met een liter muurverf 10 m² verven. Hoeveel liter verf hebben we nodig om het huis een andere kleur te geven?



Route naar vraag 9

Loop door over het Rapenburg en sla na de bocht rechtsaf de Kloksteeg in. Loop door langs de Pieterskerk tot in de hoek met huisnummers 38 en 40. Maak daar vraag 9.

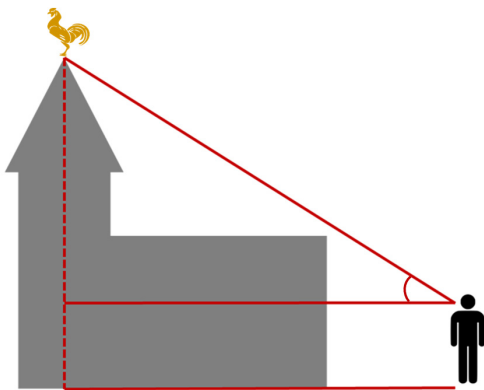


Vraag 9.

De Pieterskerk

De Pieterskerk is van oudsher de hoofdkerk van Leiden

A. Maak een schatting van de hoogte van de Pieterskerk (tot het topje van het kleine torentje met de gouden haan). (Gebruik eventueel de tekening met de rode lijnen en SOSCASTOA.)





B. Ooit had de Pieterskerk een hoge toren (zie afbeelding). Je kan met een formule berekenen hoe ver je kunt kijken vanaf een toren. Deze formule is $\text{afstand} = 3,6 * \sqrt{\text{hoogte}}$ waarbij de hoogte in meters en de afstand in kilometers. Hoe ver kon je kijken vanaf de oude grote toren, die 110 meter hoog was? En hoe ver vanaf de overgebleven kleine toren?



Meer over... de Pieterskerk

De grote oude toren was wel 110 meter hoog, zodat zeelui hem vanaf zee konden zien. In 1512 stortte die toren in. Er is nooit een nieuwe toren gebouwd, maar er werden klokken neergezet op het plein voor de kerk. In 1807 zijn door de kracht van de buskruittramp alle glas in lood ramen van de kerk kapot gegaan, dus de ramen die er nu in zitten zijn 'modern'.

Route naar vraag 10

Loop verder om de kerk heen en ga dan rechtdoor de Pieterskerkstraat in, deze loopt over in de Pieterskerkgracht. Aan het eind van de Pieterskerkgracht zie je op de linkerhoek een lantaarnpaal ter hoogte van huisnummer 3. Maak hier vraag 10.



Vraag 10.

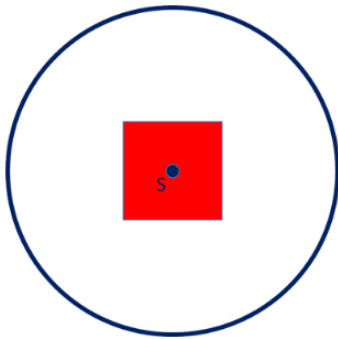
De lantaarn

Kijk naar de lantaarnpaal op het kruispunt, aan de linkerkant van de weg. Het rode vierkantje stelt het bovenaanzicht voor van de lantaarn. Loop in een cirkel om de lantaarnpaal heen. Zet de letter A op de rand van de cirkel als je vanuit dat punt de lantaarn ziet zoals op de foto A. Doe hetzelfde voor letter B en foto B. Hoe groot is de hoek ten opzichte van S als je van A naar B loopt?

A.



B.





Door met de uitgebreide wandeling.

Route naar vraag 11

Ga na vraag 10 linksaf de Langebrug in. Ga bij het water rechtsaf. Ga de eerste links, het water over en loop Noordeinde in tot aan de Oude Varkenmarkt. Aan de overkant van de straat zie je een rood huis met een trapgevel (Noordeinde nr. 24). Maak hier vraag 11.

De standaardwandeling is afgelopen.

Route terug naar Rijksmuseum Boerhaave

Ga rechtdoor de Mooi Japiksteeg in. Dan rechts de Breestraat op, ga de eerste links de Vrouwensteeg in. Ga de brug over en loop rechtdoor over de Vrouwensteeg. Steek de Haarlemmerstraat schuin over en ga de Vrouwenkerkkoorstraat in. Ga op het pleintje naar links. Je bent weer terug bij de ingang van Rijksmuseum Boerhaave. Doe hier nog de bonusopgave op pagina 22!



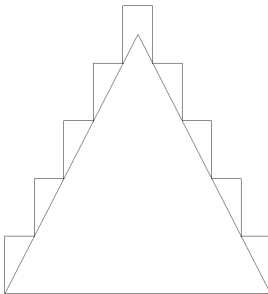
Vraag 11.

De trapgevel

Een trapgevel is een oude traditionele topgevel waarvan de bovenzijde zich naar boven toe trapsgewijs versmalt.

A. Een baksteen kost 20 cent. Hoeveel meer moet je betalen voor een trapgevel in vergelijking met een driehoekige gevel?

B. Stel dat we de trapjes half zo groot maken (dus half zo breed en half zo hoog). Teken de nieuwe trapjes in het plaatje. Hoeveel moet je nu extra betalen voor een trapgevel in vergelijking met een driehoekige gevel?



Route naar vraag 12

Loop verder over het Noordeinde tot het zebrapad. Steek over en ga rechtdoor de Weddesteeg in. Loop door over het bruggetje, houd links aan om langs de molen het parkje in te gaan. Ga links langs het gebouw. Rechts voor de poort zie je een kanon.

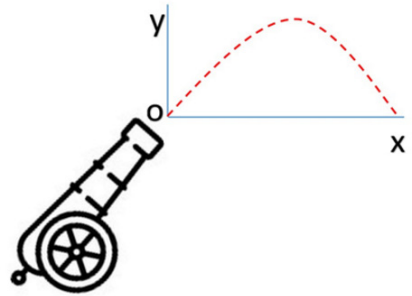


Vraag 12.

Het kanon

Het kanon schiet een kogel af. Het punt waar de kogel de loop verlaat noemen we O. De x-as nemen we horizontaal door O en de y-as verticaal. De baan van de kogel is (bij benadering) een parabool met vergelijking $y = a * x - 0,01x^2$, voor zeker getal a; hierbij zijn x en y in meters.

A. Bepaal het getal a als de kogel 100 meter ver komt.



B. Wat is de maximale hoogte van de kogel, als de kogel 100 meter ver komt?

Meer over.... de Morspoort

De Morspoort is een van de oude stadspoorten van Leiden. 's Nachts gingen de poorten dicht om de stad te beveiligen. De Morspoort heeft ook heel lang dienst gedaan als gevangenis.

Route naar vraag 13

Ga door de poort (of links om de poort heen als je niet door de poort kan) en ga gelijk links de 1e Binnenvestgracht op. Volg de weg met de bocht naar rechts en steek aan het eind de straat over. Let op, dit is een drukke straat. Ga links, loop voor het restaurant Van der Werff langs en ga voor het water naar rechts het Kiepad op om het parkje in te gaan. Voor je zie je Molen de Valk.



Vraag 13.

De molen

Vroeger bonden ze wel eens mensen aan de wieken van de molen, als straf en later als kermisattractie.

A. Waar zou jij liever aan de wiek gebonden worden, aan de binnenkant of aan de buitenkant? Wat gaat sneller?

B. Wat is het verschil in snelheid (in km/u) tussen de binnenkant en buitenkant van de wiek als de wieken 12 rondjes per minuut draaien? Schat de lengte van de wiek.



Route naar vraag 14

Volg het Kiekpad richting de molen en steek het fietspad over. Houd rechts aan en steek vervolgens het zebrapad over, loop rechtdoor over de Nieuwe Beestenmarkt. Sla linksaf voor de gracht, de Oude Singel op. Ga het eerste bruggetje op en maak daar vraag 14.



Vraag 14.

Gevels

Ga op het midden van de brug over de Oude Vest staan. Aan beide kanten van de brug zie je een andere brug. Hoeveel soorten gevels zie je tussen deze twee bruggen, aan beide kanten van het water? En welke soorten gevels?

Maak een tabel met de soort gevels en hoeveel huizen je per soort ziet.



Route terug naar Rijksmuseum Boerhaave

Over de brug loop je rechtdoor de Lange Lijsbethsteeg in. Ga aan het eind met de weg mee naar links, dan rechts en gelijk links met de weg mee. Dan ben je weer bij de ingang van Rijksmuseum Boerhaave. Doe hier nog de bonusopgave op de volgende pagina!



Bonusopgave

Het bruggenprobleem

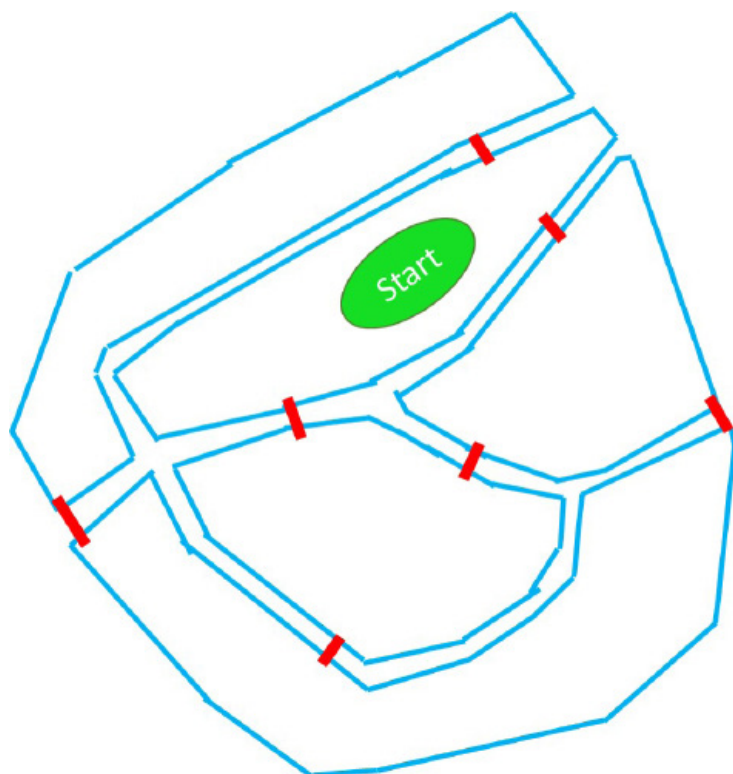
Is het mogelijk om een wandeling door de stad te maken, waarbij je door alle vijf de wijken van Leiden loopt en daarbij één keer over elke rode brug loopt? Het beginpunt van de wandeling is de groene stip, het eindpunt mag elke wijk zijn. Zo ja, geef die route. Zo nee, waar kun je een brug plaatsen zodat het wel kan?





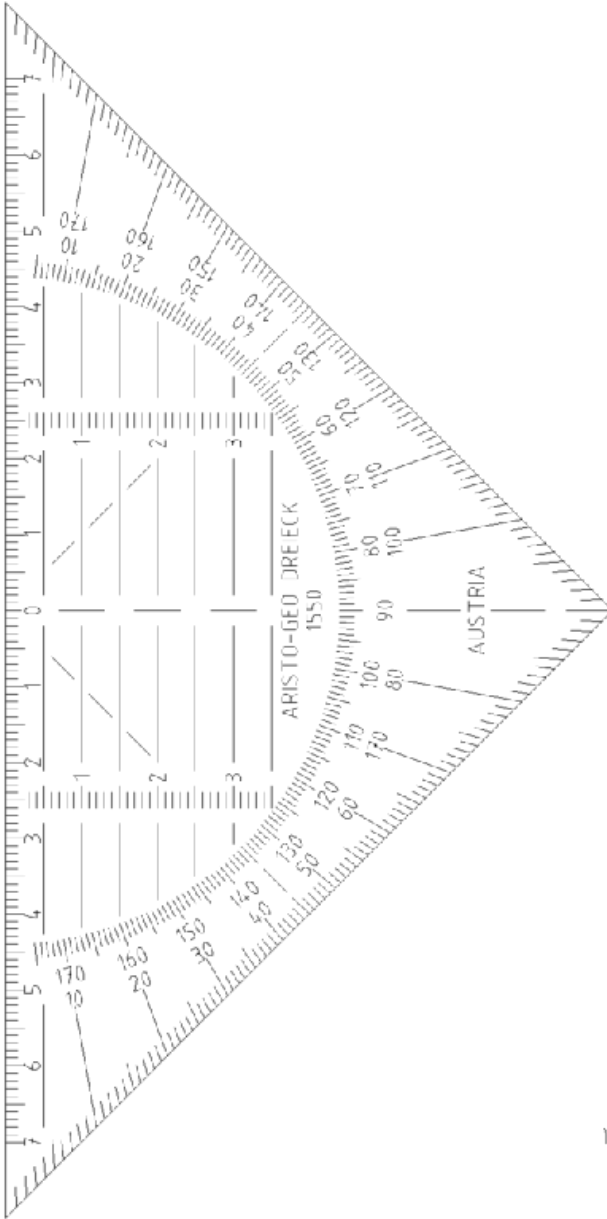
Meer over.... de grachten

In de 17de eeuw groeide de stad heel snel. In vijftig jaar groeide het aantal inwoners van 15000 tot 45000. Dat kwam doordat er veel immigranten uit Vlaanderen kwamen, die zorgen voor een bloei in de textielnijverheid. Vanwege deze groei was het nodig om grachten aan te leggen. De grachten zoals ze nu zijn, zijn in 1659 aangelegd. Toen was Leiden na Amsterdam zelfs de grootste stad van Nederland!





Geodriehoek





Kladpapier



Kladpapier



Kladpapier

